Eine Präzisionsmessung des Verhältnisses der Spinresonanzfrequenz von Protonen zur Zyklotronfrequenz freier Elektronen im gleichen Magnetfeld

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät

der Freien Universität Berlin

vorgelegt von

Erwin Klein

aus Berlin

1. Referent: Professor Dr. R. Honerjäger

2. Referent: Professor Dr. S. Wilking

Tag der mündlichen Prüfung: 21. 3. 1967

Tag der Promotion: 8. JAN 1968

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Sonderdruck aus
Zeitschrift für Physik, 208, 28—59 (1968)
Springer-Verlag, Berlin · Heidelberg · New York

Zeitschrift für Physik 208, 28—59 (1968)

Eine Präzisionsmessung des Verhältnisses der Spinresonanzfrequenz von Protonen zur Zyklotronfrequenz freier Elektronen im gleichen Magnetfeld*

E. Klein
II. Physikalisches Institut der Freien Universität Berlin

Eingegangen am 7. August 1967

* D 188 (gekürzt).

A Precision Measurement of the Ratio of the Proton NMR Frequency to the Cyclotron Frequency of Free Electrons in the Same Magnetic Field

A new precision measurement of the ratio of the proton NMR frequency to the cyclotron frequency of free electrons in the same magnetic field, $\omega_p/\omega_e = \gamma_p mc/e$, has been performed. A cyclotron resonance linewidth of 5 ppm only and a reduction of the large space charge shifts, amounting up to the order of 50 ppm in earlier published measurements, enabled a high accuracy. The final result is $\omega_p/\omega_e = 1.5209945 \times 10^{-3} \pm 0.5$ ppm, where the NMR is referred to a long cylindrical sample of H_2O, 0.2 m $CuSO_4$. Corrected to the free proton, we get $\omega_p/\omega_e = 1.5210329 \times 10^{-3} \pm 0.6$ ppm. Combination of our result with an EPR-measurement of LAMBE yields a free electron g-factor of $g = 2(1 + (\alpha/2\pi) - (0.30 \pm 0.09)\ (\alpha/\pi)^2)$ in good agreement with the theoretical value $g = 2(1 + (\alpha/2\pi) - 0.328(\alpha/\pi)^2 \pm \cdots)$.

Einige theoretische und experimentelle Betrachtungen zu dieser Arbeit sowie ein erstes Zwischenergebnis wurden bereits vor längerer Zeit veröffentlicht[1, 2], im Laufe der Messungen wurden jedoch grundlegende Änderungen des experimentellen Aufbaus notwendig. Die Schwierigkeiten lagen dabei in der Bestimmung der Elektronen-Zyklotronfrequenz; bei der Messung der Protonen-Spinresonanzfrequenz konnte im wesentlichen auf Standardmethoden und -geräte zurückgegriffen werden.

Die Zyklotronfrequenz ω_e eines freien Elektrons $(-e, m)$ in einem homogenen Magnetfeld ist gegeben durch

$$\omega_e = \frac{e}{mc} H = 2 \frac{\mu_B}{\hbar} H \tag{1}$$

und hängt für langsame Elektronen nur von der magnetischen Feldstärke H ab (μ_B: Bohrsches Magneton). Da die Spinresonanzfrequenz

[1] KLEIN, E.: Diplomarbeit, Freie Univ. Berlin, 1961.

[2] HONERJÄGER, R., u. E. KLEIN: Z. Physik **169**, 32 (1962).

von Protonen ebenfalls proportional zum Magnetfeld ist,

$$\omega_p = \gamma_p H = 2 \frac{\mu_p}{\hbar} H \tag{2}$$

– hierbei bezeichnen γ_p das gyromagnetische Verhältnis des Protons und μ_p sein magnetisches Moment –, wird das Verhältnis der bei gleichem Feld gemessenen Frequenzen eine universelle Konstante,

$$\frac{\omega_p}{\omega_e} = \frac{\gamma_p}{e/mc} = \frac{\mu_p}{\mu_B}. \tag{3}$$

Eine genaue Kenntnis ihres Wertes ist aus mehreren Gründen von Interesse. Einmal spielt sie eine wichtige Rolle bei der Bestimmung des besten Satzes der fundamentalen physikalischen Konstanten durch COHEN und DUMOND[3]. Zweitens ist es genau diese Größe, welche man zur Berechnung des g-Faktors aus der paramagnetischen Elektronenresonanz (EPR)-Frequenz ω_s nach

$$g = 2 \frac{\gamma_p}{e/mc} \frac{\omega_s}{\omega_p} \tag{4}$$

benötigt, wenn das Magnetfeld mittels Protonen-Spinresonanz (PSR) gemessen wird[4]. Eine spezielle Anwendung ist die Bestimmung des g-Faktors des freien Elektrons – wobei das Verhältnis ω_s/ω_p beispielsweise aus EPR-Messungen an atomarem Wasserstoff berechnet werden kann – und damit die Prüfung einer Aussage der Quantenelektrodynamik, welche den Wert

$$g = 2\left(1 + \frac{\alpha}{2\pi} - 0{,}328\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 + 0{,}15\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 \pm \cdots\right) = 2 \cdot 1{,}001\,159\,62 \tag{5}$$

liefert[5]. Der Term in α^2 hat den Wert $-1{,}8 \cdot 10^{-6}$, seine Nachprüfung ist also erst dann sinnvoll, wenn der Meßfehler 1 ppm* nicht übersteigt.

Die PSR-Frequenz wird an gebundenen Protonen in kondensierter Materie gemessen. Zur Umrechnung auf das freie Proton sind eine Reihe von Korrekturen notwendig, die am Schluß dieser Arbeit diskutiert werden. Bei den oben erwähnten Anwendungen in der EPR wird jedoch die PSR nur als Zwischennormal benutzt; stimmen Substanz und Probenform mit den bei der Bestimmung der Konstante verwendeten überein, so heben sich die Korrekturen heraus. Es ist daher sinnvoll, auch den unkorrigierten Wert anzugeben.

* 1 ppm (parts per million) $= 10^{-4}\%$.

[3] COHEN, E. R., and J. W. M. DUMOND: Rev. Mod. Phys. **37**, 537 (1965).

[4] KLEIN, E., K. MÖBIUS u. H. WINTERHOFF: Z. Naturforsch. **22a**, 1704 (1967).

[5] Vgl. z.B. DRELL, S. D., and H. R. PAGELS: Phys. Rev. **140**, B 397 (1965); der Zahlenwert gilt für $\alpha^{-1} = 137{,}039$ (Anm. [3]).

Es liegen bis jetzt vier Messungen von ω_p/ω_e vor[6-9], ihre Resultate sind in der Fig. 8 am Schluß dieser Arbeit wiedergegeben. Für einen Vergleich der experimentellen Anordnungen sei auf Anm. [10] verwiesen.

1. Grundlagen

Es sollen hier nur einige Ergebnisse der Theorie der Elektronen-Zyklotronresonanz (EZR) zusammengestellt werden, eine ausführliche Behandlung findet sich in Anm. [1,2] und [4].

Das quantenmechanische Problem des spinlosen freien Elektrons im homogenen Magnetfeld läßt sich auf den harmonischen Oszillator zurückführen. Für die Energieeigenwerte erhält man

$$E_{n,\,p_z} = \hbar\,\omega_e\left(n+\frac{1}{2}\right)+\frac{p_z^2}{2m} \tag{6}$$

mit ω_e nach (1). Dabei stellt der zweite Term die kinetische Energie des zum Feld parallelen Anteils der Bewegung dar*. Da die Werte für die Quantenzahl n in unserem Experiment in der Größenordnung 10^3 liegen, erlaubt das Korrespondenzprinzip in guter Näherung eine klassisch-anschauliche Beschreibung der Elektronenbewegung.

Ein linear polarisiertes, elektrisches Wechselfeld (Frequenz ω, Amplitude E), das senkrecht zum stationären Magnetfeld orientiert ist, kann resonanzhaft Übergänge mit $\Delta n = \pm 1$ zwischen den äquidistanten Niveaus $E_{n,\,p_z}$ induzieren. Für jedes n ist die Übergangswahrscheinlichkeit zum nächsthöheren Niveau ($\Delta n = +1$) größer als die zum nächsttieferen; die Rechnung liefert für die im Mittel von einem Elektron in der Zeit t aufgenommene Energie

$$W = \frac{(e\,E)^2}{2m}\,\frac{\sin^2 \tfrac{1}{2}(\omega-\omega_e)\,t}{(\omega-\omega_e)^2}. \tag{7}$$

Dabei wurde der Term mit der „negativen Resonanz" vernachlässigt, der bei der Zerlegung des linear polarisierten Feldes in zwei zirkular polarisierte dem zur Elektronenbewegung gegenläufigen Anteil entspricht. Die durch diesen Term verursachte Abweichung der Lage des

* In dieser Arbeit wird stets die z-Achse des Koordinatensystems in die Richtung des Magnetfeldes gelegt.

[6] GARDNER, J. H.: Phys. Rev. **83**, 996 (1951).

[7] LIEBES, S., and P. FRANKEN: Phys. Rev. **116**, 633 (1959).

[8] HARDY, W. A.: Thesis, Havard Univ. 1959 (unveröffentlicht).

[9] SANDERS, J. H., K. F. TITTEL, and J. F. WARD: Proc. Roy. Soc. (London) A **272**, 103 (1963).

[10] KLEIN, E.: Diss. Freie Univ. Berlin, 1966.

Absorptionsmaximums von dem Wert $\omega = \omega_e$ ist proportional zur vierten Potenz der Linienbreite[7] und in diesem Experiment von der Größenordnung $10^{-22}\,\omega_e$.

Für monoenergetische Elektronen (bezüglich ihrer Geschwindigkeit in Feldrichtung), deren Lebensdauer τ gleich der Flugzeit durch das Wechselfeld ist, wird die Linienform direkt durch (7) mit $t = \tau$ gegeben. Wird hingegen τ durch Stöße mit dem Restgas bestimmt, so ist eine Lorentz-Linienform zu erwarten. Auf jeden Fall sollte die Linie symmetrisch sein und ihr Maximum bei $\omega = \omega_e$ liegen.

Relativistische Massenzunahme und inhomogene elektrische Felder können zu starken Verschiebungen der EZR-Frequenz führen und müssen deshalb bei der Wahl der experimentellen Anordnung beachtet werden.

Eine relativistische Behandlung des Problems zeigt, daß die Zyklotronfrequenz für $v \ll c$ in erster Näherung durch

$$\omega_e = \frac{e}{m_0 c} H \cdot \left(1 - \frac{E_{\text{kin}}}{m_0 c^2}\right) \tag{8}$$

gegeben ist (m_0 = Ruhmasse). Für eine kinetische Energie von $E_{\text{kin}} = 1\,\text{eV}$ beträgt die relative Verschiebung von ω_e -2 ppm. Eine rechnerische Korrektur dieses Effektes bei Verwendung schneller Elektronen stößt auf große experimentelle Schwierigkeiten, wenn ein Fehler von 1 ppm nicht überschritten werden soll. Es ist daher nötig, langsame Elektronen zu erzeugen und die Energieaufnahme bei Resonanz genügend niedrig zu halten.

Während homogene elektrische Felder höchstens über eine Vergrößerung der Elektronenmasse Einfluß auf die Zyklotronfrequenz haben, verursachen inhomogene Felder und die Raumladung eine Verschiebung von ω_e. Bezeichnen wir die Komponente der elektrischen Feldstärke in Richtung des Magnetfeldes mit E_z und die Anzahl der Elektronen in der Volumeneinheit mit N, so wird

$$\omega_e = \frac{e}{m c} H \cdot \left(1 - \frac{m c^2}{2 e H^2}\left(4\pi N e + \frac{\partial E_z}{\partial z}\right)\right). \tag{9}$$

Betrachten wir die beiden Störterme einzeln: einer relativen Frequenzverschiebung von -1 ppm entspricht bei $H = 3$ kOe eine Elektronendichte von $2 \cdot 10^6\ \text{cm}^{-3}$ oder ein Feldgradient von $3\ \text{V cm}^{-2}$.

Typische Werte für die Verschiebung von ω_e durch die Raumladung (oder inhomogene elektrische Felder) waren bei den Messungen von Liebes und Franken[7] -40 ppm (maximal -100 ppm), bei Sanders, Tittel und Ward[9] -20 ppm. Sie wurden durch Extrapolationsverfahren unter Variation der magnetischen Feldstärke[7] bzw. der Emission der

(direkt geheizten) Kathode[9] und Anwendung von Gl. (9) korrigiert. Da die Voraussetzungen der Extrapolationsverfahren im Rahmen der hier angestrebten Genauigkeit jedoch fraglich sind[10], bestand ein wesentliches Ziel dieser Arbeit in der Verringerung des Raumladungseffektes. Aus den genannten Raumladungsverschiebungen läßt sich mit (9) abschätzen, daß in diesen Experimenten entweder die Volumina der Elektronenwolken nur bei wenigen mm^3 lagen, oder zusätzlich noch schnelle Elektronen vorhanden waren, die zwar zur Raumladung, aber wegen ihrer kurzen Lebensdauer und der damit verbundenen großen Linienbreite nicht merklich zur Absorption beitrugen. In dieser Arbeit wurden deshalb durch thermische Emission vorwiegend langsame Elektronen erzeugt und unter Verwendung einer großflächigen Äquipotentialkathode die zum Nachweis notwendige Zahl von Elektronen auf ein größeres Volumen verteilt. Durch die Äquipotentialkathode wurde es gleichzeitig möglich, den Einfluß von Hilfsspannungen in wohldefinierter Weise zu studieren.

2. Experimenteller Aufbau

2.1. Elektronenresonanz-Anordnung

Unsere ersten Versuche wurden mit einem über den Mikrowellenleiter evakuierten H_{011}-Zylinderresonator, in dessen Achse eine Oxydkathode angebracht war, durchgeführt[2]. Diese Anordnung hat sich für Präzisionsmessungen nicht bewährt[10]. Der überwiegende Teil der Elektronen wurde in lokalen, inhomogenen Feldern unmittelbar an der Kathodenoberfläche mit hoher Raumladungsdichte eingefangen. Außerdem war es hierbei – und bei anderen offenen Anordnungen, bei denen die Kathode außerhalb des Mikrowellensystems lag[10] – nicht möglich, das für den normalen Betrieb einer Oxydkathode notwendige Vakuum zu erreichen. Brauchbare Emission wurde daher nur mit überheizter Kathode erzielt. Als Folge davon waren die Metalloberflächen schon nach kurzer Zeit mit einer isolierenden BaO-Schicht bedeckt, deren wachsende Stärke und unkontrollierte Aufladung eine Zeitabhängigkeit der beobachteten Erscheinungen hervorrief.

Die endgültigen Messungen wurden mit einer T-förmigen, evakuierten und abgeschmolzenen Röhre aus Weichglas durchgeführt, die zusammen mit dem Wellenleiter im Schnitt in Fig. 1 dargestellt ist. Das Hauptrohr liegt außerhalb des Mikrowellenleiters, es enthält das System zur Erzeugung der freien Elektronen, die Pt-Durchführungen und den Getterspiegel. Das System wurde aus Teilen einer handelsüblichen Röhre (PFL 200) aufgebaut, wobei jedoch zur Vermeidung ferromagnetischer Materialien eine Reihe von Änderungen nötig war. Die Kathode K besteht aus einem flachen Ni-Röhrchen (Außenmaße $1{,}8 \times 1{,}0 \times 25$ mm^3),

welches auf einer Seite eine Erdalkalioxydschicht trägt und mit einem einfach gewendelten, haarnadelförmigen Brenner H (17 V, 150 mA) geheizt wird. Dabei liegt die Temperatur der gesamten Kathode weit über dem Curiepunkt von Ni (360 °C); die (normalerweise ferromagnetische) Kathodenzuführung wurde durch eine Ta-Fahne ersetzt. Der

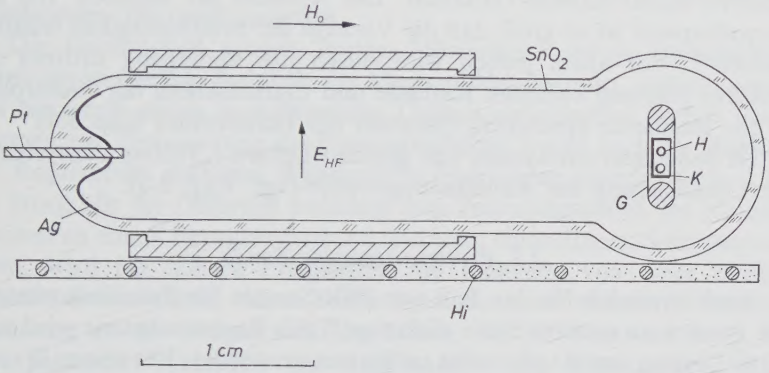

Fig. 1. Schnittzeichnung der EZR-Röhre

Elektronenstrom kann durch ein Spanngitter *G* (vergoldete W-Drähte auf Mo-Träger mit Ta-Haltebändern) gesteuert werden. Der Getterträger besteht aus einem dünnen Edelstahlring. Seine Entfernung vom Ort der EZR beträgt etwa 5 cm; Vorversuche haben ergeben, daß dabei die Feldstörung zu vernachlässigen ist. Das System wird durch die Zuführungen und gestanzte Glimmerplatten gehaltert.

Die Innenwand der Röhre ist mit einer leitenden Zinndioxydschicht überzogen, die nach dem $SnCl_4$-Verfahren[11] aufgebracht wurde. Diese Schicht dient als Anode und ist einerseits genügend niederohmig, eindeutige Potentialverhältnisse in der Röhre zu schaffen, anderseits für die Mikrowelle ohne merkliche Dämpfung durchlässig. Der Widerstand zwischen zwei Punktkontakten in 1 cm Abstand liegt in der Größenordnung 1 kOhm. Eine eingebrannte Leitsilberschicht Ag und eine Pt-Durchführung am Ende des seitlich angesetzten Rohres vermitteln den Kontakt nach außen.

Dieses Seitenrohr (Durchmesser 10 mm) wird – parallel zum Magnetfeld, so daß die Elektronen ungehindert eintreten können – durch einen X-Band-Rechteckhohlleiter aus Duraluminium geführt, der im Bereich der Röhre in der Mitte der breiten Seite geschlitzt und auf eine lichte Weite von 18 mm (H_{10}-Grenzfrequenz 8,34 GHz) zusammen-

[11] Espe, W.: Werkstoffkunde der Hochvakuumtechnik, Bd. II, S. 354. Berlin: VEB Dt. Verl. d. Wiss. 1960.

gedrückt ist. Dadurch steigt erstens die Phasengeschwindigkeit der Hohlrohrwelle bei 8,92 GHz auf die dreifache Lichtgeschwindigkeit (Dopplereffekt Kap. 3.3). Zweitens herrscht im verengten Teil eine höhere Mikrowellenfeldstärke; eine Verengung wirkt in diesem Sinne (selbst bei reflexionsfreien Übergängen) wie ein Resonator und führt zu einem besseren Signal-Rausch-Verhältnis. Der Abstand der Betriebs- von der Grenzfrequenz ist so groß, daß die Vorzüge der Breitbandigkeit erhalten bleiben[10]. Vor allem jedoch wird durch die Verengung drittens ein größerer Abstand zwischen Kathode und Eintrittsebene der Elektronen in den Hohlleiter ermöglicht (Störfeld des Heizstromes Kap. 3.4).

Hi bezeichnet ein System von geraden Leitern („Hilfsspulensystem") zur Lokalisierung der Raumladungswolke (vgl. Kap. 2.5).

2.2. Protonenresonanz-Sonde

Gesichtspunkte für den Bau von PSR-Sonden für Präzisionsmessungen wurden an anderer Stelle diskutiert[4]. Als Probensubstanz wird eine 0,2 m-Lösung von Kupfersulfat in Wasser verwendet. Für reines Wasser liegt die Relaxationszeit T des Kernspinsystems bei einigen Sekunden. Durch die Beimengung der paramagnetischen Ionen wird T herabgesetzt, um die Linienbreiten von PSR und EZR anzugleichen und außerdem die Bedingung $\omega_m \cdot T \ll 1$ zu erfüllen ($\omega_m = 2\pi \cdot 25$ Hz). Wird diese Bedingung verletzt, d.h. ist die Relaxationszeit nicht klein gegen die Schwingungsdauer der Feldmodulation, so treten „Gedächtniseffekte" im Spinsystem auf[12], die zu unübersichtlichen Linienformen führen.

Der Probenbehälter ist ein an den Enden mit Klebwachs verschlossener Teflonschlauch, innerer Durchmesser 2 mm, Länge der Flüssigkeitssäule über 10 cm. Damit wird in sehr guter Näherung die Probenform des unendlich langen Zylinders approximiert, für ein Rotationsellipsoid mit diesem Achsenverhältnis beträgt die Abweichung des Entmagnetisierungsfaktors von 2π etwa 0,1%. Die für die PSR wirksame Länge wird durch die räumliche Verteilung des hochfrequenten Magnetfeldes der Spule (Länge 1 cm, einlagig, 22 Wd. 0,3 mm CuLS auf Teflon-Spulenkörper) auf etwa 8 mm begrenzt. Der Bereich, über den die Sonde mittelt, ist in x- und y-Richtung dem inneren Durchmesser des Seitenarmes der EZR-Röhre bzw. der Kathodenbreite angepaßt.

Zur elektrischen Abschirmung wird die Sonde von einem Duraluminium-Rohr (Durchmesser 1 cm, Wandstärke 0,5 mm) umschlossen. Die Abmessungen sind so gewählt, daß die Sonde zur Bestimmung von Feldstörungen in einen X-Band-Hohlleiter hineingeschoben werden kann. Sämtliche zum Bau der EZR- und PSR-Anordnung verwendeten Teile wurden auf magnetische Reinheit geprüft.

---

[12] LÖSCHE, A.: Kerninduktion, S. 80. Berlin: VEB Dt. Verl. d. Wiss. 1957.

2.3. Magnetfeld

Zur Erzeugung des magnetischen Feldes dient ein wassergekühlter Elektromagnet (AEG) mit vertikalem Joch und horizontaler Polschuhachse, Polschuhdurchmesser 30 cm, -abstand 6 cm. Der für eine Feldstärke von 3 kOe benötigte Strom von 3 A wird von einem stromstabilisierten Netzgerät geliefert.

Die Genauigkeit unserer ersten Messungen[2] wurde entscheidend durch die mangelnde Stabilität des Magnetfeldes begrenzt, deshalb wurde das Netzgerät einem grundlegenden Umbau unterworfen. Neben Maßnahmen zur Verbesserung der Elementstabilität wurde auch die Struktur des Regelkreises geändert. Während für Frequenzen unterhalb von 2 Hz als Störgröße die Differenz zwischen dem Spannungsabfall des Magnetstromes an einem Bezugswiderstand und einer einstellbaren Sollspannung dient, wird für höhere Frequenzen die Regelung von einer zweiten Schleife übernommen, deren Fehlersignal die (unerwünschte) Wechselspannung an der Magnetwicklung bildet; ein RC-Netzwerk sorgt für den passenden Anschluß des Amplituden- und Phasenganges. Eine ähnliche Schaltung wurde von HAUPT und MÜLLER-WARMUTH[13] angegeben.

Durch diese Maßnahmen gelang es, Feldschwankungen und Felddrift, bezogen auf einen Zeitraum von einer Minute, auf 1 ppm zu reduzieren. Eine weitere Erhöhung der Stabilität – vor allem über längere Zeiten – ist nur über eine Feldstabilisierung zu erreichen, erwies sich jedoch für die Durchführung der Messungen als nicht notwendig.

Besondere Sorgfalt wurde auf die Homogenisierung des Magnetfeldes verwendet. Feldgradienten und lokale Inhomogenitäten werden zwar durch EZR und PSR gemittelt, dennoch begrenzen sie aus folgenden Gründen die erzielbare Meßgenauigkeit:

1. Der räumliche Verlauf der Elektronendichte und -lebensdauer, sowie der durch Glasrohr und Bohrung stark gestörten Mikrowellenamplitude sind nicht bekannt; EZR und PSR mitteln über verschiedene Bereiche, mit verschiedener Linienbreite und Gewichtsfunktion.

2. Die Variation einiger Parameter (z.B. der Stromstärke) ändert Lage und Struktur der Raumladung; durch eine Feldinhomogenität wird eine Abhängigkeit der EZR-Frequenz von diesen Parametern vorgetäuscht.

3. Die Wirkung des durch den Heizstrom verursachten inhomogenen Zusatzfeldes hebt sich nur dann beim Umpolen im Mittel heraus, wenn die Inhomogenität des Grundfeldes über den Bereich der Elektronenwolke klein gegen die Linienbreite ist.

---

[13] HAUPT, J., u. W. MÜLLER-WARMUTH: Z. angew. Phys. **13**, 348 (1961).

Mit Hilfe einer ortsfesten und einer zweiten, definiert verschiebbaren PSR-Sonde wurde die Feldverteilung Punkt für Punkt gemessen und mit folgenden Verfahren schrittweise die Homogenität verbessert:

1. Justieren der Polschuhe mit Hilfe von vier Keilen im Magnetjoch.

2. Wahl der magnetischen Vorgeschichte. Die radiale Feldvariation war geringer, wenn das Feld von höheren Werten kommend eingestellt wurde.

3. Wahl des günstigsten Ortes (abhängig von der Vorgeschichte).

4. Variation der Stromstärke durch zwei kreisringförmige, konzentrisch auf den Polplatten angebrachte Shimspulen (Durchmesser 5 cm, eine Windung, Stromstärke 0 bis 500 mA). Da die Feldverteilung des Magneten nicht symmetrisch zur Mittelebene war, wurden beide Spulen mit unterschiedlicher Stromstärke und zum Teil auch -richtung betrieben.

Nach der Konstruktion der EZR-Röhre sollte die Elektronenwolke in y-Richtung (vertikal) nur eine Ausdehnung von etwa 2 mm haben. Mit den Schritten 1 bis 4 wurde erreicht, daß die Inhomogenität in einer horizontalen Ebene über 2,5 cm (axial) × 1 cm (radial) nur etwa $\pm 0{,}7$ ppm war. 3 mm oberhalb bzw. unterhalb dieser Ebene war jedoch die Feldvariation fast um einen Faktor 10 stärker, und zwar in z-Richtung praktisch linear steigend bzw. fallend*. Dieser Effekt trat bei beliebiger Polung und Vorgeschichte des Magneten und im ganzen ausnutzbaren Volumen auf. Der Grund lag wahrscheinlich in der Tatsache, daß die Achsen der Polschuhe vertikal gegeneinander dejustiert waren. Ab Meßserie 5 wurde diese Inhomogenität durch

5. ein Paar gerader, horizontaler Leiter kompensiert, die in der Höhe der Kathode vor den Polplatten angebracht und von einem Strom von etwa 200 mA in entgegengesetzter Richtung durchflossen wurden.

In dem gesamten Volumen des Seitenarmes der EZR-Röhre lag danach die Feldvariation nicht über ± 1 ppm. Die wirksame Inhomogenität war noch wesentlich geringer, da die EZR nur einen kleinen Teil dieses Volumens erfaßte.

Vorbedingung des zeitraubenden Homogenisierungsverfahrens ist eine hinreichende Konstanz der Feldverteilung. Sie war vorhanden,

* Bei sorgfältig gekeiltem Magneten schnitten die sich zu verschiedenen y gehörenden Geraden recht genau bei $z = 0$ (Mittelebene). Das vielfach benutzte Verfahren, den Verlauf des Feldes nur längs der durch das Symmetriezentrum gelegten drei Koordinatenachsen zu messen und daraus auf die Inhomogenität in dem gesamten aufgespannten Volumen zu schließen, hätte daher einen um eine, in extremen Fällen bei größeren Volumina um fast zwei Größenordnungen zu kleinen Wert für die Feldvariation ergeben.

wenn das Magnetfeld einige Tage ununterbrochen eingeschaltet war und größere Änderungen der Feldstärke und der Raumtemperatur vermieden wurden.

2.4. Gesamtaufbau der Apparatur

Der Nachweis der Resonanzen und die Frequenzmessung sollen anhand des Blockschaltbildes Fig. 2 erläutert werden. Die an einem Kristalldetektor 1N23B erzeugten Oberwellen der 0,9 GHz-Ausgangsspannung

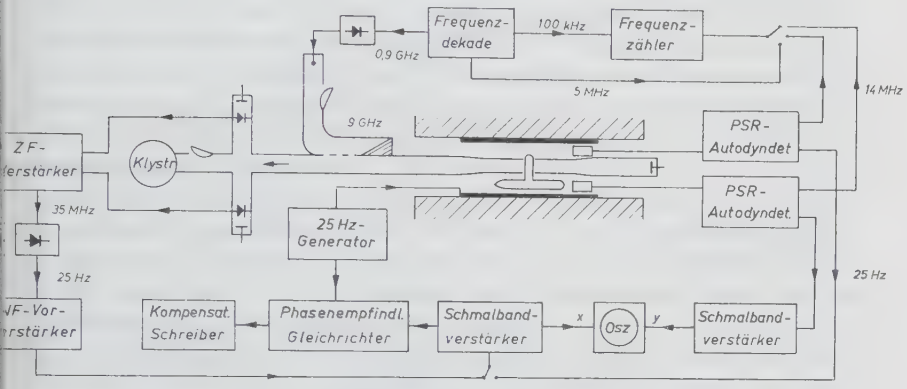

Fig. 2. Blockschaltbild der Apparatur

einer Frequenzdekade (Schomandl FD3) werden in einen X-Band-Hohlleiter eingekoppelt. Bei 3 mA Detektorstrom und voll aufgedrehtem Abschwächer stehen am Ausgang des 10 db-Richtkopplers bei 9 GHz etwa 10^{-8} W zur Verfügung, die relative Spektralbreite ist nicht größer als 0,3 ppm. Die Welle wird hinter der EZR-Röhre an einem Kurzschlußschieber reflektiert und in einem Magischen T an zwei Detektoren 1N23E mit der Strahlung eines Überlagerungsoszillators (Klystron 723A/B) gegenphasig gemischt. Der Verstärkungsfaktor des 35 MHz-Zwischenfrequenzverstärkers ist über eine Breite von 3 MHz konstant, eine Frequenzstabilisierung des Klystrons ist daher nicht notwendig.

Der Kurzschlußschieber wird so justiert, daß sich die EZR-Röhre am Ort eines $\mathfrak{E}$-Maximums der stehenden Welle befindet. Zum Nachweis der EZR-Absorption wird das Magnetfeld über flach auf den Polplatten befestigte Spulen sinusförmig mit 25 Hz moduliert, wobei der Feldhub klein gegen die EZR-Linienbreite ist. Am Zwischenfrequenz-Gleichrichter entsteht ein 25 Hz-Signal, dessen Amplitude proportional zu der ersten Ableitung der Absorptionskurve bei dem betreffenden Wert des Magnetfeldes ist. Dieses Signal wird schmalbandig (geringste Bandbreite der

Doppel-T-Stufe: 0,75 Hz) verstärkt und auf einem Oszillographen beobachtet oder unter gleichzeitiger zeitlinearer Variation des Magnetfeldes phasenempfindlich gleichgerichtet und registriert.

Die Beobachtung der PSR geschieht mit einem kommerziellen Kernresonanz-Magnetfeldmesser (AEG), der mit einem Autodyndetektor in Transitronschaltung arbeitet. Durch die erwähnte Feldmodulation wird auch die PSR-Linie differentiell abgetastet, nach der Hochfrequenzgleichrichtung ist der weitere Aufbau analog dem soeben für die EZR beschriebenen. Die in unserem Experiment erzielte geringe Linienbreite der EZR (5 ppm) läßt sich nur dann ausnutzen, wenn die PSR-Linien vergleichbar schmal sind. Die Verwendung eines Autodyndetektors stößt dann jedoch auf Schwierigkeiten, denn dabei bestimmt der Nachweiskreis die Frequenz des Generators, so daß diese durch den Dispersionseffekt der Probe bei Durchgang durch die Resonanz mitgezogen wird. Dieser Effekt wird bei einer hohen Güte des mit dem Schwingkreis gekoppelten Spinsystems, d.h. bei kleiner Linienbreite, besonders kritisch. Für eine einlagige Zylinderspule und Wasser als Probensubstanz ergibt sich nach LÖSCHE (Anm. [12], S. 177ff.), daß die beobachteten Linien mehrdeutig werden, wenn die relative Halbwertsbreite den Wert von 60 ppm unterschreitet. Der Zieheffekt konnte in einfacher Weise durch den Austausch des Koppelkondensators zwischen Schwingkreis und Schirmgitter der Transitronröhre gegen einen 13,56 MHz-Quarz beseitigt werden, damit verbesserte sich gleichzeitig die relative Frequenzstabilität des Oszillators auf über 10^7 während einiger Minuten.

Zur Messung der Feldverteilung und -korrektur wird das Signal eines zweiten, gleich aufgebauten Magnetfeldmessers auf den niederfrequenten Teil des EZR-Empfangskanals gegeben.

Die Frequenzen der PSR-Generatoren und des Feinverstimmungsoszillators, mit dem die Ausgangsfrequenz der Frequenzdekade kontinuierlich zwischen den quarzgenauen Vielfachen einer 100 kHz-Grundfrequenz variiert werden kann, werden mit einem Frequenzzähler (Hewlett-Packard 524D+525A) gemessen, wobei als Zeitbasis wieder die 100 kHz-Grundfrequenz der Dekade dient. Damit wird neben allen systematischen Fehlern auch der einer Voreingenommenheit beim wiederholten Ablesen der analogen Skala des Feinverstimmungsoszillators vermieden; der Meßfehler des Frequenzverhältnisses ist kleiner als $\pm 0{,}05$ ppm.

2.5. Meßverfahren

Die Bestimmung des Frequenzverhältnisses ω_p/ω_e für gleiches Magnetfeld erfolgte in zwei Teilschritten. Zunächst wurden EZR und PSR gleichzeitig, aber an verschiedenen Orten gemessen. Dazu wurden die

differentiellen 25 Hz-Signale der EZR und einer PSR-Vergleichssonde auf die x- bzw. y-Platten eines Oszillographen gegeben und Magnetstrom und Mikrowellenfrequenz so justiert, daß die beobachtete Ellipse zu einem Punkt entartete; die Erfüllung beider Resonanzbedingungen konnte dadurch mit einem Blick überwacht werden. Auch bei spontanen Schwankungen des Magnetfeldes war gut zu beurteilen, ob beide Signale dabei gleichzeitig durch Null gingen, so daß die Meßgenauigkeit nicht durch diese Schwankungen begrenzt wurde. Die Frequenzdrift der Oszillatoren während der für den Abgleich benötigten Zeit lag unter 0,1 ppm. Außer unter extremen Bedingungen (z. B. sehr kleinen Anodenströmen) war der mittlere, statistische Fehler der Einzelmessung des Frequenzverhältnisses $\pm 0{,}1$ ppm; mit dieser Genauigkeit – die um mindestens eine Größenordnung höher ist als bei den bisher veröffentlichten Messungen – konnte also in Relativmessungen der Einfluß experimenteller Parameter studiert werden.

In einem zweiten Schritt wurde die PSR-Meßsonde an den Ort gebracht, an dem zuvor die EZR stattgefunden hatte, und mit dem soeben beschriebenen Verfahren der Unterschied in den PSR-Frequenzen von Meß- und Vergleichssonde bestimmt. Die z-Koordinate des Ortes der absorbierenden Elektronen konnte – bezogen auf den Hohlleiter – mit dem Hilfsspulensystem (Fig. 1) festgestellt werden. Dazu wurden je zwei benachbarte Drähte dieses Systems über einen Umschalter zu einer Schleife verbunden und anstelle der Modulationsspulen an den Ausgang des 25 Hz-Generators gelegt. Das phasenempfindlich gleichgerichtete EZR-Signal wechselt das Vorzeichen, wenn beim Umschalten die stromdurchflossene Schleife unter dem Ort der EZR hindurchwandert. In x-Richtung ist die Raumladungswolke durch den Innendurchmesser der Röhre, in y-Richtung durch die Kathodenbreite beschränkt; die PSR-Meßsonde ist so ausgelegt, daß sie in diesen beiden Richtungen über den zulässigen Bereich mittelt.

Die Halterung für die Meßsonde ist direkt auf dem Hohlleiter montiert. Die Sonde ist dadurch in x- und y-Richtung relativ zu diesem festgelegt, in z-Richtung kann sie in verschiedene Lagen im Abstand von je 5 mm einrasten. Der Austausch von EZR und PSR geschah durch Absenken des Hohlleiters, dazu war dieser über zentrierende Klemmbacken an vier senkrechten, starr mit dem Magnetjoch verbundenen Edelstahlstangen befestigt. Verstellbare Anschläge und ein auf dem in x-Richtung (d. h. längs seiner Achse) verschiebbaren Hohlleiter angebrachter Maßstab garantierten eine Reproduzierbarkeit von $\pm 0{,}5$ mm.

Auch die zur Homogenisierung notwendigen Messungen der Feldverteilung wurden damit durchgeführt und so Feldkarten in auf den Hohlleiter bezogenen Koordinaten gewonnen.

3. Einfluß experimenteller Parameter

3.1. Anodenstrom und -spannung

Die Experimente zeigten, daß nicht alle möglichen Werte von Anodenstrom I_a und Anodenspannung U_{ak} brauchbare EZR-Linien liefern. Wenn I_a oberhalb einer von U_{ak} abhängigen Grenze lag, wurden starke, schlecht reproduzierbare Absorptionskurven beobachtet, die häufig in mehrere Linien mit Breiten von z. T. unter 1 ppm aufspalteten; der ganze Absorptionsbereich umfaßte 10 – 30 ppm. Unter diesen Bedingungen wird das Potential, in dem sich die Elektronen bewegen, offenbar nicht mehr durch die äußeren Felder, sondern durch die Raumladung selbst bestimmt. Die Elektronen stauen sich gegenseitig zu hohen Raumladungsdichten auf, die zu räumlich unterschiedlicher Verschiebung der EZR-Frequenz führen. Die unübersichtlichen Linienformen entsprechen Änderungen der Struktur und Dichte der gesamten Elektronenwolke bei Resonanz einiger Teilbereiche, scharfe „Linien" entstehen dabei durch Instabilitäten und Zeitkonstanten der Raumladung.

Folgende Beobachtungen stützen dieses Modell: Der Übergang von den unübersichtlichen Kurven zur Einzellinie erfolgte unstetig, mit starkem Sprung in der Absorption und deutlicher Hysterese; beim Verschwinden der starken Linie nahm der Anodenstrom zu. Mit steigender Mikrowellenleistung wurde die Hysterese aufgehoben und die Grenze zu höheren Strömen verschoben. Bei den starken Linien variierte der Anodenstrom während des Resonanzdurchganges um einige Prozent, bei den Einzellinien war dagegen keine Änderung feststellbar.

Nach unserer Deutung sollten diese Effekte bei genügend hoher positiver Spannung U_{ak} verschwinden, tatsächlich wurde für $U_{ak} \geqq 2{,}5$ V auch bei hohen Strömen (bis 100 μA) nur eine Linie beobachtet. Die für einen empfindlichen Nachweis notwendigen langlebigen Elektronen können aber nur dann auftreten, wenn zumindest in einem kleinen Bereich das beschleunigende Feld durch eine genügend hohe Raumladung kompensiert wird, dabei trägt nur ein kleiner Bruchteil der Elektronen zur Absorption bei. In Übereinstimmung damit stieg mit wachsender Anodenspannung der zum Nachweis notwendige Mindeststrom steil an, gleichzeitig nahm – wie nach (9) zu erwarten – die gemessene EZR-Frequenz ab.

Bei den endgültigen Messungen wurden daher die Bedingungen $I_a < 1{,}5$ μA und $U_{ak} < 2$ V eingehalten. Dies bedeutet keine grundsätzliche Einschränkung, da aus mehreren Gründen der Grenzwert $I_a \to 0$ anzustreben ist und U_{ak} nur die Rolle einer Hilfsgröße zur Wahl des Ortes der EZR spielen sollte. Für die Untersuchung stromabhängiger Effekte stand ein genügend großer Variationsbereich von I_a zur Verfügung, da die Linien mindestens bis herab zu 0,1 μA gemessen werden

konnten, wie die Fig. 3 als Beispiel einer registrierten Absorptionskurve zeigt. Der Abstand der Extremwerte entspricht einer relativen Feldänderung um 5 ppm (im Vergleich zu 140 ppm bzw. 20 ppm bei früheren Messungen[7, 9]); unter den genannten Bedingungen hatten alle Linien praktisch die gleiche Breite. Die Linienform liegt zwischen der ersten Ableitung von (7) und der einer Lorentz-Linie, deren Flanken langsamer abfallen. Für diese Formfunktionen folgt aus der gemessenen Linienbreite eine Elektronen-Lebensdauer von $\tau = 18\ \mu s$ bzw. (im Mittel) 4 μs. Die Empfindlichkeit der Nachweisapparatur wurde mittels einer geeichten Amplitudenmodulation (Ferritmodulator) bestimmt. Daraus ergibt sich mit der berechneten Lebensdauer eine Nachweisgrenze von 200 Elektronen; Fig. 3 entspricht dann der Absorption von etwa $8 \cdot 10^3$ Elektronen.

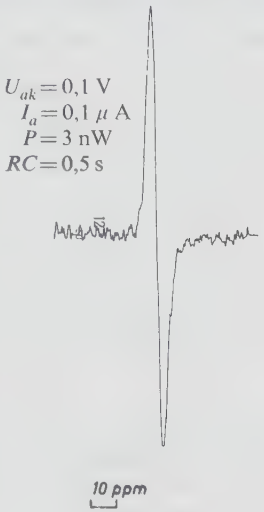

Fig. 3. EZR-Linie

Die Signalgröße stieg mit wachsendem Anodenstrom monoton, jedoch im allgemeinen nicht linear. Für $U_{ak} > 0{,}3$ V lag der extrapolierte Nullpunkt des Signals schon bei endlichen Strömen (z. B. 0,1 μA bei 0,5 V), die mit zunehmendem Alter der Röhre kleiner wurden.

3.2. Mikrowellenleistung

Schmale, symmetrische Linien wurden nur bei sehr kleinen Mikrowellenleistungen beobachtet, bei höherer Leistung wurden sie zunehmend breiter und unsymmetrischer, und zwar war das mit steigendem Magnetfeld erste Maximum des differentiellen Signals kleiner als das zweite. Gleichzeitig verschob sich der Nulldurchgang, Fig. 4 zeigt in halblogarithmischer Darstellung die Abhängigkeit der bei konstantem Magnetfeld gemessenen EZR-Frequenz (die wir stets durch den Nulldurchgang der Linie definieren wollen) von der Mikrowellenleistung P. Um diese Abhängigkeit über einen größeren Bereich von P zu zeigen, wurde dieses Beispiel Messungen an einer offenen Anordnung mit externer Kathode entnommen, wobei als Strahlungsquelle ein Klystron diente.

Qualitativ läßt sich eine Abnahme von ω_e mit P durch Massenzunahme des Elektrons verstehen, falls es bei Resonanz genügend viel Energie aus dem Wechselfeld absorbiert. Mit einem einfachen Modell kann für den Fall, daß die Linienverschiebung klein gegen die Linienbreite ist, unter Verwendung von (7), der Hohlleiterdaten und der ge-

messenen Linienbreite eine quantitative Abschätzung durchgeführt werden, die in guter Übereinstimmung mit den Messungen ist[10]. Daraus schließen wir, daß einmal die angegebene Deutung der Linienverschiebung richtig ist, und zum anderen die Linienbreite tatsächlich durch die

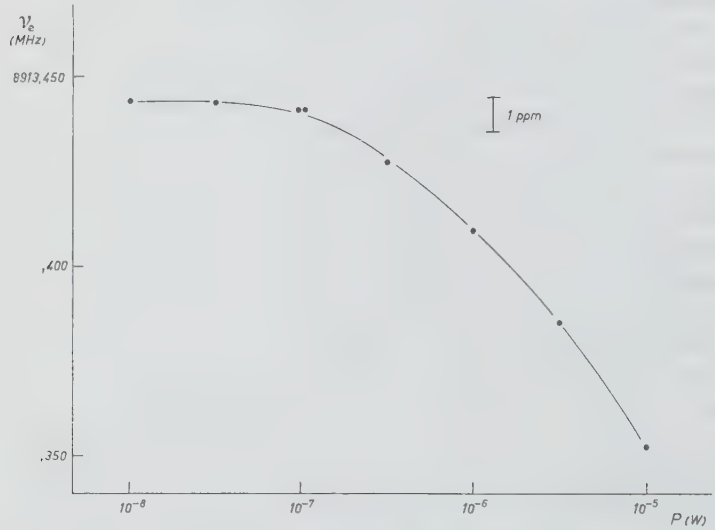

Fig. 4. Einfluß der Mikrowellenleistung

Lebensdauer und nicht durch ortsabhängige Störungen (Raumladung, inhomogene Felder) bestimmt wird.

Ein Einfluß der Mikrowellenfeldstärke E auf die EZR-Frequenz könnte außer über die relativistische Massenzunahme auch durch einen Phasenkorrelationseffekt zustande kommen. Bei der Ableitung der Gl. (7) wurde angenommen, daß der Zeitpunkt $t=0$, also der Beginn des Absorptionsvorganges des betrachteten Elektrons, und die Phasenlage seiner Kreisbewegung zu diesem Zeitpunkt nicht mit der Phase des Wechselfeldes korreliert sind. Andernfalls treten eine Reihe von Zusatzgliedern in dieser Gleichung auf[7], welche in ungünstigen Fällen zu Linienverschiebungen in der Größenordnung der Linienbreite und zu unübersichtlichen Linienformen führen können. Eine solche Korrelation ist allenfalls denkbar, wenn der Strom raumladungsgesteuert ist und der Umlauf der Elektronen durch das Hochfrequenzfeld synchronisiert wird. Wie aus der klassischen Bewegungsgleichung für $\omega=\omega_e$ folgt, tritt merkliche Synchronisation dann auf, wenn die Ungleichung

$$E \geqq E_1 = \frac{2 m v_0}{e \tau} \tag{10}$$

gilt. Dabei bedeutet v_0 die zum Magnetfeld senkrechte Komponente der Anfangsgeschwindigkeit der Elektronen. Die Linienverschiebung sollte für $E \ll E_1$ auf jeden Fall verschwinden und am stärksten für $E \approx E_1$ sein*. Unter den Bedingungen der Fig. 4 entspricht E_1 einer Mikrowellenleistung von $3 \cdot 10^{-8}$ W, dort ist jedoch schon praktisch der Grenzwert von ω_e für $E \to 0$ erreicht. Allgemein wird für $E = E_1$ nach (7) bei Resonanz die von einem Elektron im Mittel aufgenommene Energie gleich $\frac{1}{2} m v_0^2$, also gleich der Anfangsenergie. Dies entspricht für thermische Elektronen einer Linienverschiebung um $-0{,}1$ ppm durch die relativistische Massenzunahme. Der Einfluß der Phasenkorrelation könnte bei dieser Feldstärke wesentlich größer sein; die oben zitierte Übereinstimmung von Rechnung und Messung bei der Deutung der Feldstärkeabhängigkeit von ω_e durch die relativistische Massenzunahme beweist jedoch, daß dieser Effekt keine merklichen Linienverschiebungen verursacht.

Die notwendige Beschränkung auf sehr kleine Mikrowellenfeldstärken führte einerseits zum Verzicht auf die Verwendung eines Resonators, zum anderen gab sie die Möglichkeit, die Mikrowellenstrahlung direkt durch Frequenzvervielfachung der Normalfrequenz-Spannung zu erzeugen. Beim Vergleich der Messungen zu Fig. 4 mit denen in der endgültigen Anordnung sind die Verengung des Hohlleiters, die Verringerung der Linienbreite und der Energieverlust durch Abstrahlung zu berücksichtigen, der Leistungsmaßstab ist ungefähr mit einem Faktor 0,1 zu multiplizieren. Dies ist in Übereinstimmung damit, daß bei voll aufgedrehtem Abschwächer ($P = 10^{-8}$ W) die gemessene EZR-Frequenz um 0,2 ppm tiefer lag als bei Dämpfung um 5 db. Bei weiterer Abschwächung blieb sie konstant.

3.3. Kurzschlußschieberstellung

Die Stellung des Kurzschlußschiebers beeinflußte nicht nur – wie erwartet – die Größe der Linie, sondern auch ihre Symmetrie und Lage. Eine indirekte Wirkung über eine Veränderung von E wurde durch Experimente bei $P \leqq 10^{-9}$ W ausgeschlossen. Die maximale Verschiebung des Nulldurchganges der Linie bei Variation der Kurzschlußschieberstellung im Bereich zwischen zwei Nullstellen der Signalamplitude (d.h. um $\frac{1}{4} \lambda_H$) war vom Anodenstrom abhängig und betrug etwa 0,6 ppm bei 0,8 μA, 0,25 ppm im Grenzwert $I_a \to 0$. Gleichzeitig traten stark asymmetrische Linien auf, wobei je nach Stellung sowohl das erste,

* Auch in dem Grenzfall $E \gg E_1$ ist kein Einfluß von E auf ω_e zu erwarten, da dann die Elektronen unabhängig von der Startphase praktisch während des ganzen Absorptionsvorganges synchron zum HF-Feld laufen.

als auch das zweite Maximum größer als das andere gemacht werden konnte; der bei symmetrischer Linie gemessene Wert für ω_e lag etwa in der Mitte des Variationsbereiches.

Die Ursache dieser Erscheinung ist darin zu suchen, daß im Bereich der Röhre ein beträchtlicher Teil der Mikrowellen-Intensität durch Abstrahlung und Dämpfung verlorengeht. Die Verluste hängen von der Lage des Kurzschlußschiebers ab, was experimentell über die Variation der Zwischenfrequenz-Amplitude nachgewiesen wurde. Dem stehenden Wellenfeld, das wir bis jetzt bei allen Betrachtungen vorausgesetzt hatten, ist daher ein unterschiedlicher Anteil einer fortlaufenden Welle überlagert; wir wollen uns nun überlegen, welche besonderen Effekte dabei auftreten können.

Für ein in z-Richtung ruhendes Elektron ist die Ortsabhängigkeit der Phase des Mikrowellenfeldes zu vernachlässigen, da der Durchmesser seiner Bahn ($6 \cdot 10^{-4}$ cm bei $E_{kin} = 0{,}1$ eV) sehr klein gegen die Rohrwellenlänge ($\lambda_H = 10$ cm) ist[14]. Anders bei $v_z \neq 0$. Wenn der Winkel φ zwischen Ausbreitungsrichtung der Welle und Feldrichtung nicht genau 90° ist, tritt ein Doppler-Effekt auf, das Elektron sieht im Mittel eine um

$$\Delta\omega_D = \frac{v_z \cdot \cos\varphi}{c_p} \cdot \omega \tag{11}$$

verschobene Frequenz. c_p bedeutet die Phasengeschwindigkeit der Hohlrohrwelle; da sie in der Nähe der Grenzfrequenz steil ansteigt, kann der Doppler-Effekt durch eine Verengung des Hohlleiters verringert werden. Eine Abschätzung für $\Delta\omega_D$ gewinnen wir aus einem Vergleich mit der Linienbreite $\Delta\omega_w$, denn v_z bestimmt auch die maximale Lebensdauer*. Die obere Grenze für das Verhältnis $\Delta\omega_D/\Delta\omega_w$ ist mit unseren Versuchsdaten für $|\varphi - 90°| < 4°$ kleiner als 10^{-2}, für die homogene Rohrwelle ist die Linienverschiebung bei sorgfältiger Justierung zu vernachlässigen. Im Bereich der Röhre werden auch andere Wellentypen angeregt, z. B. die durch die Bohrungen abgestrahlte Welle. Sie könnten eine merklich verschobene Absorption liefern, die sich aber nur in dem Maße auf die beobachtete Linie auswirkt, als diese Wellentypen auf die homogene Rohrwelle zurückkoppeln. Wir vermuten daher ortsabhängige Störeffekte als Ursache der Linienverschiebung, denn die von der Kurzschlußschieberstellung abhängige räumliche Verteilung der Amplitude und Polarisation des resultierenden Wellenfeldes führt zu je unterschiedlichen Beiträgen der einzelnen Teile der Raumladung.

* Dieser Zusammenhang geht verloren, falls die Elektronen in z-Richtung oszillieren. Die Abschätzung bleibt jedoch richtig, da sich der Doppler-Effekt dann weitgehend herausmittelt.

[14] BLOCHINZEW, D. I.: Grundlagen der Quantenmechanik, S. 331. Berlin: Dt. Verl. d. Wiss. 1957.

Die vorstehenden Betrachtungen gelten auch im Grenzfall $I_a \to 0$. Bei höheren Strömen und damit stärkerer Absorption kommt hinzu, daß in der stehenden bzw. fortlaufenden Welle unterschiedliche Größen gemessen werden. Im ersten Fall ist die Dämpfung in komplexer Schreibweise proportional zum Realteil der Hochfrequenz-Leitfähigkeit σ, im zweiten durch den Imaginärteil des Brechungsindex n gegeben, wobei n mit σ durch ($\varepsilon = \mu = 1$)

$$n^2 = 1 + \frac{4\pi\sigma}{i\omega} \tag{12}$$

verknüpft ist. Bei schwacher Absorption gilt $\mathrm{Im}\, n \sim \mathrm{Re}\, \sigma$, bei starker Absorption, genauer: wenn die relative Abnahme der Amplitude über eine Absorptionsstrecke von einer Rohrwellenlänge nicht klein gegen 1 ist, verursacht die Zumischung des Dispersionsanteils $\mathrm{Im}\, \sigma$ eine Asymmetrie der Linie und eine Verschiebung, die – wie eine numerische Auswertung zeigte – für nicht zu hohe Raumladungsdichten größer als die Raumladungsverschiebung ist. Bei Experimenten in fortschreitenden Wellen waren alle Linien asymmetrisch; diese Asymmetrie nahm mit I_a zu und hatte das erwartete Vorzeichen. Aus diesem Grunde wurde bei den endgültigen Messungen der Fall des stehenden Wellenfeldes angestrebt und damit einmal alle in diesem Abschnitt besprochenen Störeffekte soweit möglich vermieden, vor allem aber konnte ihr restlicher Einfluß auf das Ergebnis mittels der Lage des Kurzschlußschiebers in einem – wie die beobachteten Linienformen zeigten – weiten Bereich experimentell nachgeprüft werden.

3.4. Polung des Heizstromes

Beim Umpolen des Heizstromes trat eine von I_a und U_{ak} abhängige Verschiebung von ω_e auf, ihre Größe lag zwischen 0,2 und 3 ppm.

Das elektrische Feld des Heizfadens wird durch die Kathode abgeschirmt, zusätzlich angelegte Spannungen blieben ohne Einfluß; die Ursache ist also im magnetischen Feld des Heizstromes zu suchen. In einer horizontalen Ebene durch die Kathode ist die (allein wirksame) z-Komponente des Störfeldes in genügender Näherung proportional zum vertikalen Abstand der Achsen der Heizwendeln. Dieser Abstand ist nicht bekannt, da die isolierten Wendeln frei in der Kathode liegen, er kann im Höchstfall 1,2 mm betragen. Unter Benutzung der von Iliescu[15] angegebenen Formeln – der Einfluß der Polschuhe wird dabei nach der Spiegelungsmethode berücksichtigt – wurde das Störfeld zweier gerader Leiter mit diesem Abstand berechnet. Als Ergebnis ist in Fig. 5 die zugehörige relative Linienverschiebung δ_H beim Umpolen über der Entfernung von

[15] Iliescu, C. C.: Rev. Phys. (Bukarest) **6**, 463 (1961).

der Kathode aufgetragen. Die ξ-Werte beziehen sich auf die Numerierung der Drähte des Hilfsspulensystems, zur Veranschaulichung sind Röhre und Hohlleiter angedeutet.

Wir erkennen, daß mindestens für $\delta_H > 1{,}5$ ppm der entscheidende Teil der Absorption schon vor dem Hohlleiter stattfindet, offenbar greift das Mikrowellenfeld durch die große Bohrung genügend weit

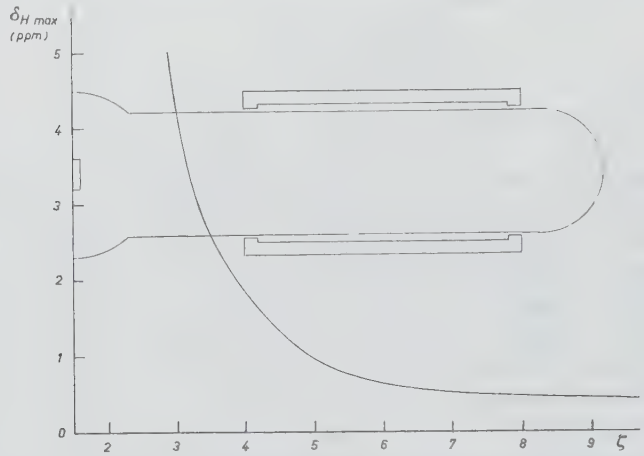

Fig. 5. Berechnete Linienverschiebung beim Umpolen des Heizstromes

heraus. Wir werden darauf im nächsten Abschnitt zurückkommen und dort auch ein Beispiel dafür geben, wie δ_H mit den Parametern I_a und U_{ak} verknüpft ist. Diese Abhängigkeit macht es notwendig, die Messungen jeweils mit beiden Polungen des Heizstromes durchzuführen. Das Mittel wird dann den ungestörten Wert ergeben, wenn 1. die Lage der Heizwendeln sich beim Umpolen nicht ändert, 2. für den Fall, daß δ_H vergleichbar mit der Linienbreite wird, keine zusätzlichen, ortsabhängigen Störungen vorhanden sind, 3. die räumliche Struktur der Elektronenwolke unabhängig von der Polung ist.

Es zeigt sich, daß die erste Bedingung die entscheidende ist. Wie man sich leicht überlegt, werden die Wendeln unabhängig von der Lage der Röhre und der Richtung des Magnetfeldes durch die Lorentz-Kraft stets dann auseinander-(zusammen-)gedrückt, wenn das Störfeld das stationäre Feld verstärkt (schwächt). Bei Verlagerung der Wendeln liefert also das Mittel einen zu großen Wert für ω_e. Aus den Abmessungen von Kathode und Heizer folgt für diesen Fehler eine obere Grenze von $\frac{1}{2}\,\delta_H$, unter Berücksichtigung der Linienverschiebung im Moment des Abschaltens des Heizstromes ergibt sich ein plausibler Wert von $\frac{1}{4}\,\delta_H$ (Anm. [10]).

Wegen der Unsicherheit dieser Abschätzung ist es für die Genauigkeit der Messung entscheidend, Bedingungen zu finden, bei denen δ_H möglichst klein ist. Gleichzeitig wird die zweite der oben genannten Voraussetzungen uninteressant; für eine Verletzung der dritten bieten die experimentellen Beobachtungen keinen Hinweis.

4. Durchführung und Resultate der Meßserien

Vor Beginn einer Meßserie wurden noch einmal die Ströme durch die Shimspulen korrigiert, bis die Variation des Feldes in 5 Punkten, die in je 5 mm Abstand auf der Achse des Seitenarmes der EZR-Röhre lagen, nicht mehr als $\pm 0{,}4$ ppm (typisch $\pm 0{,}2$ ppm) betrug. Sie war damit um eine Größenordnung kleiner als bei den bisher veröffentlichten Messungen. Danach wurde der Hohlleiter angehoben und eine Meßreihe durchgeführt. Sie bestand aus 7 – 12 Meßwerten von ω_p/ω_e (bezogen auf die Vergleichssonde) bei konstanter Anodenspannung und variablem Anodenstrom ($\leqq 1$ μA) mit mindestens je einer Messung für die beiden Polungen des Heizstromes.

Eine Meßserie umfaßte 4 – 8 Meßreihen bei unterschiedlichen Anodenspannungen ($-0{,}4$ bis $+0{,}8$ V). Zwischen den einzelnen Meßreihen wurde der Hohlleiter abgesenkt und mehrmals die Differenz der PSR-Frequenzen von Meß- und Vergleichssonde bestimmt. Sie lag zwischen ± 550 Hz (je nach Vorgeschichte des Magneten), ein typischer Wert für ihre Drift während der Dauer einer Meßreihe (etwa 1 h) war 1 – 2 Hz. Die Werte einer Reihe wurden mit dem Mittel der vorher und hinterher gemessenen Felddifferenzen korrigiert.

Insgesamt wurden 14 Serien mit unterschiedlicher Kurzschlußschieberstellung, Vorgeschichte des Magneten, Feldrichtung und Lage der Röhre gemessen. Als Beispiel gibt Fig. 6 die Ergebnisse der Serie 7 wieder. Im oberen Teil des Bildes ist der über beide Polungen des Heizstromes gemittelte Wert des Frequenzverhältnisses, im unteren Teil die zugehörige Linienverschiebung beim Umpolen über dem Anodenstrom (Parameter Anodenspannung) aufgetragen. Neben der guten Reproduzierbarkeit der Meßwerte ist vor allem ihre geringe Abhängigkeit von I_a bemerkenswert. Ein Raumladungseffekt würde sich in einem Anstieg von ω_p/ω_e mit I_a auswirken, er liegt – wenn überhaupt vorhanden – bei 1 ppm, ist also um eine bis zwei Größenordnungen kleiner als bei den bisher veröffentlichten Arbeiten.

Die Meßwerte für ω_p/ω_e zeigen eine systematische Abhängigkeit von I_a und U_{ak}, wobei jedoch die gesamte Variation innerhalb von ± 1 ppm liegt. Mögliche Linienverschiebungen durch die Raumladung, Phasenkorrelation und starke Absorption fordern die Messung im Grenzfall $I_a \to 0$, es ist beruhigend, daß die einzelnen Kurven dabei recht gut kon-

vergieren. Vor allem bei größerer Variation von U_{ak} ist jedoch zu erkennen, daß sie nicht genau in einem Punkt zusammenlaufen. Wir suchen daher ein Kriterium für die Wahl von U_{ak}.

Dazu ziehen wir die Messungen von δ_H und die mit den Hilfsspulen gewonnenen Informationen über den Ort der absorbierenden Elektronen

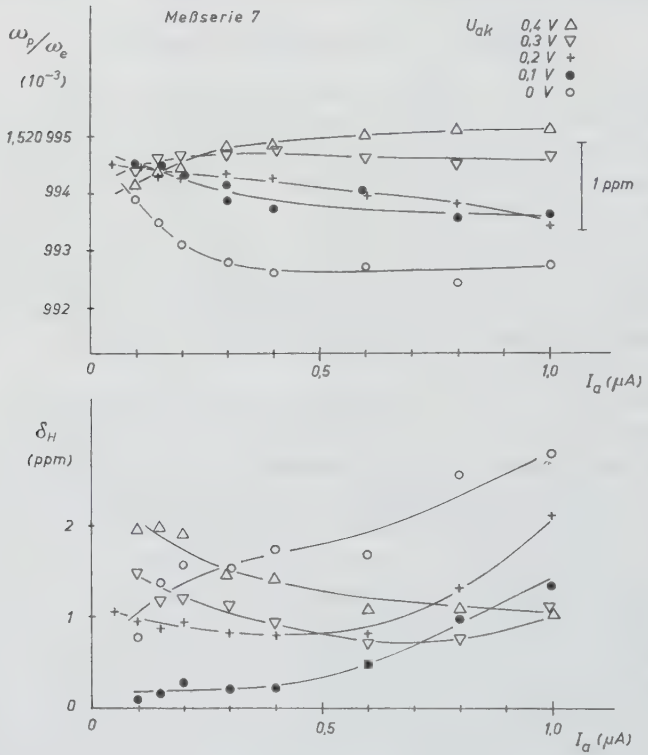

Fig. 6. Ergebnisse der Meßserie 7

heran. Es zeigt sich, daß dieser Ort nicht nur von U_{ak}, sondern auch von I_a abhängt; mit steigendem Strom verlagert sich die Vorderfront der Elektronenwolke immer weiter zurück in Richtung zur Kathode. Das konnte auch dadurch nachgewiesen werden, daß durch Dejustieren der Shimströme ein in z-Richtung steigendes oder fallendes Feld erzeugt wurde; ω_e fiel bzw. stieg dann mit I_a. Bei $U_{ak}=0$ dringen die Elektronen erst für $I_a \leqq 0{,}1$ μA merklich in den Hohlleiter ein, das erklärt die hohen und mit I_a zunehmenden Werte von δ_H. Der Abfall von ω_p/ω_e mit I_a ist auf eine ortsabhängige Feldstörung in der Nähe der Kathode zurückzuführen. Sie äußert sich auch in einer unter diesen Bedingungen auf-

tretenden Änderung der Linienform beim Umpolen des Heizstromes, je nachdem sich die beiden Störungen kompensieren oder verstärken. Der Anstieg von ω_p/ω_e mit U_{ak} setzt sich auch bei höheren Spannungen fort, er ist vermutlich auf die Raumladung zurückzuführen. Überraschend sind die großen Werte von δ_H für kleine Ströme und $U_{ak} > 0{,}1$ V, die auf eine Resonanz in Kathodennähe deuten. Dies wird durch Hilfsspulenversuche bestätigt. Zwar verschiebt sich die vordere Grenze der Elektronenwolke bis über die Mitte des Hohlleiters hinweg, die Absorption erstreckt sich jedoch über ein großes Volumen und hat ein zweites, mit wachsender Spannung zunehmend stärker ausgeprägtes Maximum weit außerhalb des Hohlleiters ($\xi = 2{,}5$ in Fig. 5).

Durch Wahl einer bestimmten Anodenspannung U'_{ak} ist es möglich, die Absorption praktisch auf den Innenraum des Hohlleiters zu beschränken. U'_{ak} ist durch minimales δ_H bei kleinen Strömen gekennzeichnet. Benachbarte Spannungen, die zu merklich größerem δ_H führen, ergeben bei Extrapolation auf $I_a = 0$ innerhalb der Meßfehler den gleichen Wert für ω_p/ω_e, die Wahl von U'_{ak} ist unkritisch. In allen Fällen, bei denen der extrapolierte Wert signifikant von dem für U'_{ak} bestimmten abweicht, gilt bei kleinen Strömen $\delta_H > 1{,}5$ ppm. Unabhängige Methoden beweisen, daß dann der überwiegende Teil der Absorption schon vor dem Hohlleiter stattfindet. In Kathodennähe sind jedoch folgende Fehlerquellen denkbar: lokale magnetische Verunreinigungen, inhomogene elektrische Felder, Verlagerung der Heizwendeln beim Umpolen des Stromes. Als Ergebnis einer Meßserie geben wir deshalb den Grenzwert von ω_p/ω_e für $I_a \to 0$ und $U_{ak} = U'_{ak}$ an.

In der Tabelle 1 wurden die Ergebnisse der 14 Serien mit einigen Angaben über die experimentellen Bedingungen zusammengefaßt. Dabei kennzeichnen H die Richtung des Magnetfeldes und R die Lage der Röhre (Vertauschung von links und rechts in Fig. 1) in bezug auf Serie 1, K gibt die Stellung des Kurzschlußschiebers an (mit willkürlichem Nullpunkt); $I_{\min}$ ist die kleinste Stromstärke, für die noch Messungen durchgeführt wurden, δ'_H das Minimum der gemessenen δ_H. Einige Werte sind um die in der vorletzten Spalte aufgeführten Beträge korrigiert. Die ersten vier Meßserien wurden ohne lineare Stromshims vorgenommen, die Korrekturen aus der gemessenen Feldverteilung und geometrischen Daten berechnet. Bei Serie 13 und 14 war der Einfluß der Mikrowellenleistung zu berücksichtigen, diese Messungen wurden bei 10^{-8} W durchgeführt.

Der Verlauf der Kurven bei den übrigen Serien ist ähnlich wie in Serie 7, die ausgewählt wurde, weil zufällig eine Meßreihe genau mit dem Wert U'_{ak} zusammenfiel. (Die Serien 11 und 12 wurden mit um 10% verkleinertem bzw. vergrößertem Heizstrom gemessen, dadurch verschob sich U'_{ak} um $\pm 0{,}2$ V.) Eine Ausnahme machen die Serien 9, 10 und 13,

bei denen entweder die Feldrichtung oder die Lage der Röhre umgekehrt wurde (Umkehrung von Feld *und* Lage lieferte wieder das gewohnte Bild!). In diesen Fällen ist stets $\delta_H > 2$ ppm; gleichzeitig steigt der Grenzwert von ω_p/ω_e für $I_a \to 0$ mit von 0 auf +0,5 V wachsender Anodenspannung monoton um knapp 1 ppm. Sämtliche oben erwähnten Verfahren zeigen, daß für alle U_{ak} und I_a der überwiegende Beitrag zur EZR aus kathodennahen Gebieten stammt.

Tabelle 1. *Ergebnisse der Meßserien*

Nr.	H	R	K (mm)	U_{ak} (V)	$I_{\min}$ (nA)	δ'_H (ppm)	Korr. (ppm)	ω_p/ω_e (10^{-3})
1	+	+	12	+0 ···+0,8	100	0,6	−0,2	1,5209 942
2	+	+	12	0 ···+0,6	100	0,3	+0,3	943
3	+	+	20	0 ···+0,8	100	0,6	+0,3	945
4	+	+	20	+0,1···+0,5	100	0,6	−0,2	951
5	+	+	20	0 ···+0,6	150	0,8	—	943
6	+	+	20	0 ···+0,6	100	0,7	—	946
7	+	+	20	0 ···+0,4	100	0,2	—	947
8	+	+	15	0 ···+0,4	25	0,7	—	943
9	+	−	15	0 ···+0,6	10	2,2	—	(942)
10	+	−	20	+0,1···+0,5	50	2,1	—	(950)
11	+	+	17	0 ···+0,6	50	0,4	—	939
12	+	+	17	−0,3···+0,5	50	0,8	—	945
13	−	+	15	−0,3···+0,5	15	2,2	−0,2	(953)
14	−	−	15	−0,4···+0,6	25	0,9	−0,2	941

Es ist zu vermuten, daß sich die beobachteten Elektronen nicht frei bewegen, sondern nach Stößen mit Gasmolekülen oder nachfolgenden Elektronen durch das Zusammenwirken des Magnetfeldes mit elektrischen Feldern eingefangen werden, denn die gemessene hohe Lebensdauer könnte bei ungestörter Bewegung nur dann erreicht werden, wenn die z-Komponente der kinetischen Energie der Elektronen unter 10^{-5} eV liegt. Dies wäre nur unter der Voraussetzung möglich, daß die z-Komponente der elektrischen Feldstärke im Resonanzvolumen kleiner als 10^{-5} V cm^{-1} ist; durch lokale Schwankungen der Austrittsarbeit des Wandmaterials der Röhre werden aber sicher wesentlich größere Störfelder verursacht. Es war nicht notwendig, den Einfangmechanismus zu verstehen oder z. B. durch Hilfselektroden zu beeinflussen, da sich — wie oben gezeigt — Bedingungen finden ließen, bei denen die EZR-Absorption zum überwiegenden Teil im Inneren des Hohlleiters stattfand. Dies trifft jedoch für die Serien 9, 10 und 13 nicht zu, deshalb werden ihre Ergebnisse verworfen.

Als Mittel der restlichen 11 Werte erhalten wir

$$\omega_p/\omega_e = 1{,}52099441 \cdot 10^{-3} \tag{13}$$

mit einer Standardabweichung von $\pm 0{,}07$ ppm.

5. Korrekturen, Fehlerabschätzungen

Statistische Fehler durch ungenaues Einstellen der Resonanz, Frequenzmessung, Drift der Felddifferenz während der Messung usw. werden durch die Streuung der Ergebnisse der Meßserien schon berücksichtigt. Dies sollte auch für Fehler durch die restliche Inhomogenität des Feldes gelten, da die einzelnen Serien durch Verschieben der gesamten Anordnung in Richtung der Hohlleiterachse, unterschiedliche Vorgeschichte und Polung des Magneten und durch zeitliche Drift bei verschiedenen Feldverteilungen aufgenommen wurden.

Wir wollen nun die systematischen Fehler abschätzen. Wie bereits erwähnt, sind Raumladungseffekte praktisch zu vernachlässigen. Selbst bei $I_a = 1$ μA sind die Abweichungen vom Grenzwert bei verschwindendem Strom kleiner als 2 ppm. Wir fassen den Einfluß stromabhängiger Effekte und die Unsicherheit der Extrapolation (mittlerer Abstand vom letzten Meßwert: 0,15 ppm) zu einem Fehler von $\pm 0{,}1$ ppm zusammen.

Etwas schwieriger ist die Störung durch äußere, d.h. nicht von der Raumladung ausgehende elektrische Felder zu übersehen. Der Spannungsabfall des Anodenstromes betrug maximal 10 mV über die ganze Seitenarmlänge. Die Röhre wurde vor dem Abschmelzen am Pumpstand ausgeheizt, dabei wurden gefettete Schliffe zwischen der Röhre und der mit flüssiger Luft beschickten Kühlfalle vermieden, um die Bildung isolierender Schichten zu verhindern. Im Laufe der Messungen bedampfte die Innenwand der Röhre in der Nähe der Kathode mit einer metallisch-glänzenden Bariumschicht, die am Ende der Versuche bis etwa zur Mitte des Seitenarmes zu erkennen war. (Dadurch wurde der Einfang der Elektronen begünstigt; während bei den ersten Serien die Linien unter 100 nA im Rausch verschwanden, konnte zuletzt bis herab zu 10 nA gemessen werden.) Die Tatsache, daß trotz dieser Veränderung der Oberfläche kein systematischer Gang der Ergebnisse auftrat, läßt eine Fehlerangabe von $\pm 0{,}2$ ppm gerechtfertigt erscheinen.

Der zum Feld transversale Anteil der Anfangsenergie der Elektronen bleibt bei der Bewegung im homogenen Magnetfeld erhalten. Er beträgt im Mittel 0,1 eV, nach (8) ergibt sich daraus eine Korrektur von $-0{,}2$ ppm. Die Linienverschiebung durch Energieaufnahme bei Resonanz ist sicher kleiner als 0,1 ppm oder als Korrektur berücksichtigt. Ein Einfluß der z-Komponente der Bewegung ist nur dann zu erwarten, wenn das Elektron eingefangen ist und in dieser Richtung oszilliert.

Nehmen wir zur Abschätzung eine harmonische Oszillation in einer Potentialmulde der Tiefe 0,1 V an, dann ist die mittlere kinetische Energie höchstens gleich 0,05 eV, die zugehörige Linienverschiebung $-0{,}1$ ppm. Speziell für die Meßreihen mit kleinem δ_H, bei denen sich die Oszillation nur über einen engen Bereich im Innern des Seitenarmes erstrecken kann, ist eine größere Tiefe der Mulde unwahrscheinlich. Wir geben daher für die relativistischen Effekte $(-0{,}2 \pm 0{,}2)$ ppm an.

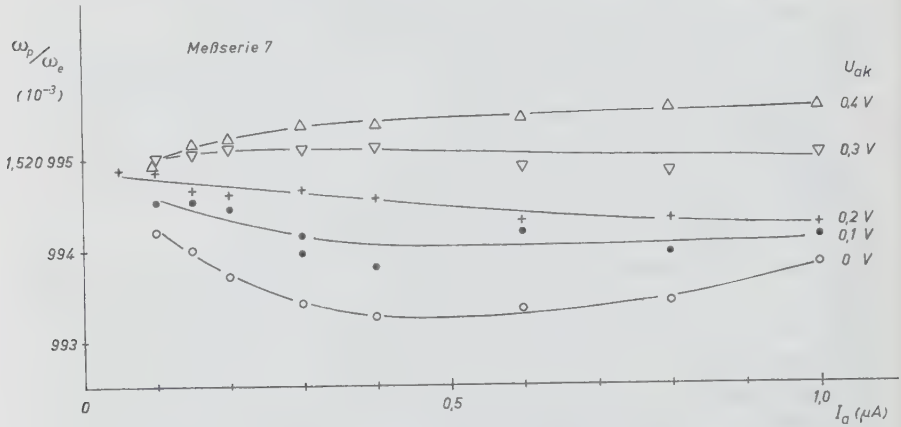

Fig. 7. Korrigierte Ergebnisse der Meßserie 7

Wie bereits erwähnt, bleibt auch für $I_a \to 0$ ein restlicher Einfluß der Kurzschlußschieberstellung; die zu extremen Lagen gehörenden Serien liefern um knapp 0,3 ppm unterschiedliche Werte. Die Beobachtungen machen es wahrscheinlich, daß der wahre Wert in diesem Intervall enthalten ist. Da das Mittel (13) auch einer mittleren Stellung des Schiebers entspricht, schätzen wir diesen Fehler auf $\pm 0{,}15$ ppm.

Bei dem gewählten Meßverfahren können für kleine δ_H Fehler durch das magnetische Feld des Heizstromes nur durch eine Verlagerung der Heizwendeln beim Umpolen entstehen, wir hatten als plausiblen Wert für die dadurch bedingte Verschiebung der Zyklotronfrequenz $\frac{1}{4}\,\delta_H$ angegeben. Zur Kontrolle des Einflusses einer solchen Störung auf den Verlauf der Kurven in Fig. 6 – δ_H hat für die einzelnen Meßpunkte sehr unterschiedliche Werte – wurden die Ergebnisse der Serie 7 je um $\frac{1}{4}\,\delta_H$ angehoben, das Resultat zeigt Fig. 7. Die Konvergenz der Kurven im Grenzfall verschwindenden Anodenstromes ist im Vergleich zu Fig. 6 verbessert, es ergibt sich kein Widerspruch zu den aus dem Kurvenverlauf geschlossenen Argumenten. Für eine Verlagerung der Wendeln spricht die Beobachtung, daß sich der Anodenstrom nach dem Umpolen mit einer Zeitkonstante von einigen Sekunden um etwa 5% änderte, wobei

das Vorzeichen bei bestimmter Polung von der Richtung des Magnetfeldes abhing. Da wir das Vorzeichen des möglichen Fehlers kennen, ist es trotz einer gewissen Unsicherheit zur Verkleinerung der Fehlerschranken sinnvoll, eine Korrektur von $(+0{,}15 \pm 0{,}2)$ ppm anzubringen; ihre Größe ergibt sich aus den Minimalwerten von δ_H nach Tabelle 1.

Zur Untersuchung der Feldstörung durch den Hohlleiter wurde dieser über die fest aufgebaute PSR-Meßsonde geschoben und die Änderung der Felddifferenz bestimmt. Sie stieg zunächst um 0,4 ppm an, fiel jedoch wieder nahezu auf den ursprünglichen Wert, wenn die PSR-Probe im Bereich der Bohrung lag. Aus mehreren Messungen ergab sich eine Korrektur von $(+0{,}05 \pm 0{,}07)$ ppm*.

Untersuchungen der EZR-Röhre, wozu diese (mit geheizter Kathode) neben die Meßsonde gebracht wurde, lieferten innerhalb von $\pm 0{,}1$ ppm keine meßbaren magnetischen Verunreinigungen. Aus räumlichen Gründen waren dabei jedoch eine andere Lage der Röhre und ein größerer Abstand von der Kathode als bei den EZR-Messungen notwendig, die – wie bereits besprochen – auf die Existenz einer Feldstörung in der Nähe der Kathode schließen lassen. Eine Extrapolation auf Bereiche im Innern des Hohlleiters ist naturgemäß unsicher, trotzdem geben wir aus ähnlichen Erwägungen wie im vorletzten Abschnitt eine Korrektur von $(+0{,}1 \pm 0{,}25)$ ppm an.

Eine lokale Erwärmung einer 1 cm tiefen Schicht an der Oberfläche der Polschuhe um 0,05 grd würde zu einer Feldänderung um 0,1 ppm führen, deshalb wurde die Temperaturstrahlung der Kathode durch eine freitragend montierte Isolierplatte abgefangen, der Fehler ist dadurch zu vernachlässigen.

Alle zum Bau der PSR-Meßsonde verwendeten Materialien wurden auf ihre magnetische Reinheit geprüft, das Al-Außenrohr einer Oberflächenbehandlung unterzogen. Die relative Abweichung des Feldes im Innenraum eines Hohlzylinders (Permeabilität μ) mit kreisringförmigem Querschnitt (Achse $\perp \mathfrak{H}$) von dem ohne Zylinder gemessenen Wert ist für $|\mu - 1| \ll 1$ von der Größenordnung $(\mu - 1)^2$. Die magnetische Abschirmwirkung von Probenbehälter, Spulenkörper, -wicklung und Außenrohr ist daher völlig zu vernachlässigen. Die (inhomogene) Feldänderung im Material des Hohlzylinders und im Außenraum ist dagegen von der Größenordnung $\mu - 1$. Deshalb wurde die Vergleichssonde so weit oberhalb der übrigen Anordnung montiert, daß auch bei angehobenem Hohlleiter ein genügend großer Abstand zwischen Meß- und Vergleichssonde

* Diese geringe Feldstörung wurde erst nach einer Oberflächenbehandlung des Hohlleiters mit Sandpapier und verdünnter Salzsäure erzielt, vorher war sie um einen Faktor 3, in einem Messinghohlleiter um einen Faktor 10 größer.

blieb. Die Differenz der PSR-Frequenzen erreichte dadurch relativ große Werte, wegen der guten Konstanz der Feldverteilung war dies jedoch ohne Einfluß auf die Meßgenauigkeit.

Die obigen Betrachtungen galten bei Konstanz des polarisierenden Feldes. Beim Einbringen eines Körpers in den Luftspalt eines Magneten bleibt jedoch nicht die polarisierende Feldstärke, sondern $\oint \mathfrak{H}\, d\mathfrak{s}$ konstant. Durch diesen Effekt wird auch die Feldänderung im Innenraum des Hohlzylinders in erster Näherung proportional zu $\mu - 1$. Bei der Meßsonde konnte durch den Aufbau in Zylinderform (die Zusatzfelder im Material und im Außenraum haben umgekehrtes Vorzeichen) mit – im Vergleich zum Polspalt – kleinem Durchmesser und durch Verwendung dia- und paramagnetischer Materialien geringer Wandstärke die gesamte Feldstörung unter 0,05 ppm gehalten werden.

Die Luft ist durch den enthaltenen Sauerstoff paramagnetisch; bei Zimmertemperatur und 760 Torr beträgt die Suszeptibilität $\chi_L = 2{,}8 \cdot 10^{-8}$ (Anm. [16]). Den Einfluß auf die Messung macht man sich am einfachsten dadurch klar, daß man sich den Polspalt evakuiert denkt. Die dabei auftretende Änderung der EZR-Frequenz ist zu vernachlässigen ($<0{,}03$ ppm), weil der Seitenarm der Röhre die Form eines gestreckten Zylinders in Feldrichtung hat und den größeren Teil des Polspaltes ausfüllt. Die PSR-Frequenz verschiebt sich beim Evakuieren um $-2\pi\chi_L = -0{,}18$ ppm. (Wegen des geringen Durchmessers der Sonde und der Konstanz von $\oint \mathfrak{H}\, d\mathfrak{s}$ bleibt das äußere Feld konstant!) Da jedoch im Normalfall die PSR-Sonde von Luft umgeben ist, wird diese Korrektur erst bei der Umrechnung des Ergebnisses auf das freie Proton berücksichtigt. Dort werden auch die mit der speziellen Probe zusammenhängenden Fragen behandelt.

Die Übergänge werden durch ein linear polarisiertes Hochfrequenzfeld induziert, die relative Linienverschiebung durch den antiresonanten Anteil (Bloch-Siegert-Effekt) ist kleiner als 10^{-10}. Das quarzstabilisierte Transitron als Spindetektor zeichnet sich durch einfache Handhabung und gutes Signal-Rausch-Verhältnis aus, aber die Deutung des Signals ist etwas undurchsichtig. Deshalb wurden die experimentellen Bedingungen (u.a. der Arbeitspunkt des Transitrons) stets konstant gehalten, ihr Einfluß auf die gemessene PSR-Frequenz geprüft und schließlich ein Vergleich mit einer anderen Anordnung durchgeführt, bei welcher derselbe Schwingkreis lose an einen externen, quarzstabilisierten Generator angekoppelt wurde[17]. Bei sorgfältigem Resonanzabgleich des Kreises wird damit die unverfälschte PSR-Frequenz gemessen, sie lag im Mittel um $(0{,}07 \pm 0{,}1)$ ppm tiefer als bei Verwendung des Autodyndetektors.

---

[16] KOHLRAUSCH, F.: Praktische Physik, Bd. 2. Leipzig: Teubner 1951.
[17] GABILLARD, R.: Compt. rend. **232**, 324 (1951).

Die Tabelle 2 faßt noch einmal sämtliche Korrekturen und Fehler zusammen. Bei der Berechnung des Gesamtfehlers wird angenommen, daß Korrelationen der verschiedenen Störungen nicht vorhanden sind

Tabelle 2. *Korrekturen und Fehlerabschätzungen (in ppm)*

Mittelung		$\pm 0{,}07$
Raumladung, Extrapolation		$\pm 0{,}1$
Elektrische Felder		$\pm 0{,}2$
Relativistische Effekte	$-0{,}2$	$\pm 0{,}2$
Kurzschlußschieberstellung		$\pm 0{,}15$
Heizstrom	$+0{,}15$	$\pm 0{,}2$
Feldstörung Hohlleiter	$+0{,}05$	$\pm 0{,}07$
Feldstörung Röhre	$+0{,}1$	$\pm 0{,}25$
Feldstörung Meßsonde		$\pm 0{,}05$
PSR-Spindetektor	$-0{,}07$	$\pm 0{,}1$
Insgesamt:	$+0{,}03$	$\pm 0{,}5$

oder durch Experimente mit gleichzeitiger Variation mehrerer Parameter schon in den beobachteten Linienverschiebungen und damit in den Abschätzungen der Einzelfehler erfaßt werden.

6. Endergebnis, Vergleich mit anderen Messungen

Aus dem Mittelwert (13) und den in Tabelle 2 zusammengefaßten Korrekturen und Fehlerabschätzungen erhalten wir als Endergebnis unserer Messung

$$\omega_p/\omega_e = 1{,}5209945 \cdot 10^{-3} \pm 0{,}5 \text{ ppm} \tag{14}$$

(H_2O, 0,2 m $CuSO_4$, unendlicher Zylinder in Luft, 25 °C).

Die Angaben unter dem Zahlenwert kennzeichnen die verwendete PSR-Probe, die Zylinderachse liegt senkrecht zur Richtung des Magnetfeldes. Dabei ist die Temperatur unkritisch, der Temperaturkoeffizient liegt in der Größenordnung 10^{-8} grd^{-1} (Anm. [18]). Diese Angabe wird daher bei den folgenden Werten fortgelassen.

Messungen bei unterschiedlicher Kupfersulfat-Konzentration k ergaben eine zu k proportionale Verschiebung der gemessenen PSR-Frequenz um

$$\Delta\omega_p/\omega_p = (-4{,}8 \pm 0{,}1) \cdot k \text{ ppm mol}^{-1}\,\text{l} \tag{15}$$

[18] Franconi, C., and F. Conti: In: Nuclear magnetic resonance in chemistry, ed. by D. Pesce, p. 349. New York: Acad. Press 1965.

(bei zylinderförmiger Probe) in guter Übereinstimmung mit DICKINSON[19]. Damit folgt aus (14) für reines Wasser als Probensubstanz

$$\omega_p/\omega_e = 1{,}5209959 \cdot 10^{-3} \pm 0{,}5 \text{ ppm} \qquad (16)$$

(H_2O, unendlicher Zylinder in Luft).

Zur Kombination mit anderen Messungen, z. B. bei Anwendungen in der EPR, kann man direkt den Wert (14) oder – falls experimentelle Gründe eine andere PSR-Linienbreite (bei der obigen Konzentration etwa 10 ppm) notwendig machen – (16) in Verbindung mit (15) benutzen. Mit $(2\pi/3)\,\chi_{H_2O} = -1{,}51$ ppm (Anm. [16]) und unter Berücksichtigung der Luftsuszeptibilität erhalten wir aus (16) für eine kugelförmige PSR-Probe

$$\omega_p/\omega_e = 1{,}5209934 \cdot 10^{-3} \pm 0{,}5 \text{ ppm} \qquad (17)$$

(H_2O, Kugel).

Dieser Wert ist auch z. B. mit EPR-Messungen vergleichbar, bei denen zwar die Luftsuszeptibilität nicht berücksichtigt wurde, aber EPR- und PSR-Probe kugelförmig waren. Zur Umrechnung auf das freie Proton ist außer der Abschirmung des Magnetfeldes durch die Elektronenhülle noch die Assoziation benachbarter Moleküle über Wasserstoffbrücken zu berücksichtigen. Wir müssen daher auf die Ergebnisse anderer Messungen zurückgreifen. Eine Möglichkeit bietet der Vergleich der PSR-Frequenzen in Wasser und Wasserstoffgas[20] in Verbindung mit einer halbempirischen Berechnung der Abschirmkonstanten $\sigma(H_2)$ (Anm. [21]). Ein zweiter Weg zur Bestimmung der Korrektur führt über die Zerlegung

$$\frac{\omega_p(\text{frei})}{\omega_p(H_2O)} = \frac{\omega_s(H)}{\omega_p(H_2O)} \cdot \frac{\omega_p(H)}{\omega_s(H)} \cdot \frac{\omega_p(\text{frei})}{\omega_p(H)}, \qquad (18)$$

dabei bedeutet $\omega_s(H)$ die Elektronenresonanz-Frequenz in atomarem Wasserstoff. Das erste Verhältnis entnehmen wir einer EPR-Messung von LAMBE[22], das zweite einem Doppelresonanzexperiment von MYINT, KLEPPNER, RAMSAY und ROBINSON[23], die unter Verwendung eines Wasserstoff-Atomstrahl-Masers gleichzeitig Elektronen- und Kernübergänge an den gleichen Atomen gemessen haben. Der dritte Bruch wurde

[19] DICKINSON, W. C.: Phys. Rev. **81**, 717 (1951).

[20] THOMAS, H. A.: Phys. Rev. **80**, 901 (1950). – GUTOWSKY, H., and R. E. MCCLURE: Phys. Rev. **81**, 276 (1951); beide Messungen unterscheiden sich allerdings um 0,9 ppm.

[21] HARRICK, N. J., R. G. BARNES, P. J. BRAY, and N. F. RAMSAY: Phys. Rev. **90**, 260 (1953). – NEWELL, G. F.: Phys. Rev. **80**, 476 (1950).

[22] LAMBE, E. B. D.: Thesis, Princeton Univ. 1959 (unveröffentlicht, vgl. Anm. [3]).

[23] MYINT, T., D. KLEPPNER, N. F. RAMSAY, and H. G. ROBINSON: Phys. Rev. Letters **17**, 405 (1966).

von LAMB[24] berechnet. Mit den Zahlenwerten ergibt sich

$$\frac{\omega_p(\text{frei})}{\omega_p(H_2O)} = 1 + (26{,}0 \pm 0{,}3) \cdot 10^{-6} \tag{19}$$

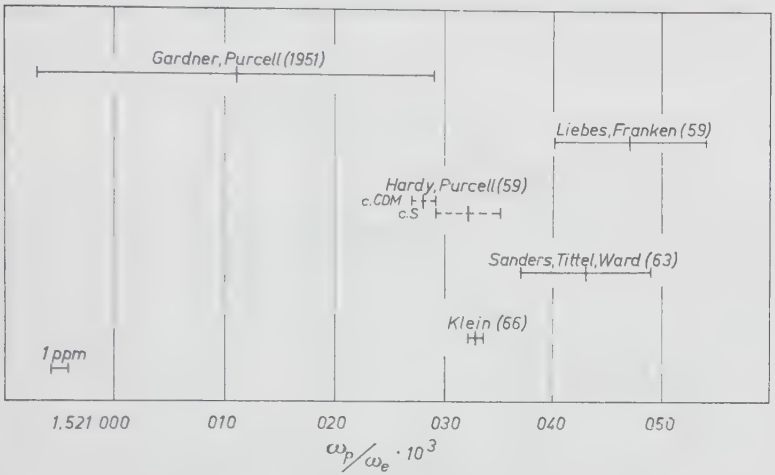

Fig. 8. Vergleich der Ergebnisse der EZR-Messungen

für kugelförmige PSR-Probe. Dieser Wert ist mit dem nach der ersten Methode gewonnenen verträglich, er stimmt außerdem – was für Vergleiche wichtig ist – mit dem von COHEN und DUMOND[3] benutzten „adopted value" überein. Aus (17) und (19) erhalten wir schließlich für das Verhältnis der Spinresonanzfrequenz freier Protonen zur Zyklotronfrequenz freier Elektronen

$$\omega_p/\omega_e = \mu_p/\mu_B = 1{,}5210329 \cdot 10^{-3} \pm 0{,}6 \text{ ppm}. \tag{20}$$

In der Fig. 8 wird dieser Wert mit den bisher bekanntgewordenen Messungen der Elektronen-Zyklotronfrequenz[6–9] verglichen. Die Arbeit von HARDY und PURCELL ist nicht veröffentlicht worden; COHEN und DUMOND[3] und SANDERS[25] zitieren unterschiedliche Werte und Fehlergrenzen. Unser vorläufiges Ergebnis[2] ist nicht eingezeichnet, das Endresultat liegt innerhalb der einfachen Fehlergrenzen dieses Wertes.

Aus unserem Ergebnis und einer Bestimmung der Spinresonanzfrequenz freier Elektronen erhält man nach (4) einen experimentellen Wert für den g-Faktor des Elektrons. Wir wollen den Vergleich mit dem

[24] LAMB, W. E.: Phys. Rev. **60**, 817 (1941).

[25] SANDERS, J. H.: The fundamental atomic constants, 2. Aufl. London: Oxford Univ. Press 1965.

theoretisch berechneten g-Faktor (5) in der Form durchführen, daß wir unter Verwendung von (5) ω_p/ω_e aus den Spinresonanzmessungen berechnen. Fig. 9 zeigt das Ergebnis für eine Atomstrahlmessung an atomarem Wasserstoff[26], EPR-Messungen an atomarem Wasserstoff[27,22] und an Deuterium[28]. Alle Werte sind auf das freie Proton bezogen,

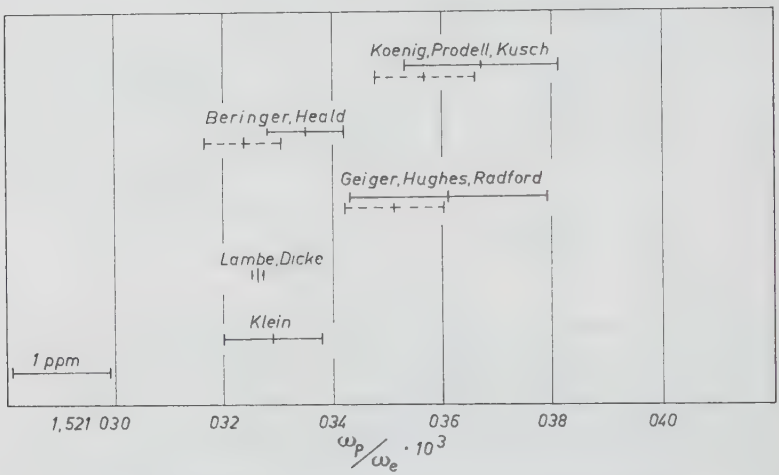

Fig. 9. Vergleich mit EPR- und Atomstrahlmessungen unter Verwendung des theoretisch berechneten g-Faktors

der Fehler des Umrechnungsfaktors (19) ist nicht berücksichtigt. Der Vergleich der Ergebnisse wird dadurch erschwert, daß zum Teil Mineralöle als PSR-Probe benutzt wurden, verschiedene Öle können jedoch in ihren PSR-Frequenzen um einige ppm differieren. Diese Unsicherheit spiegelt sich auch in dem Unterschied zwischen den ausgezogen bzw. gestrichelt dargestellten Werten. Die ersten stammen aus den Originalarbeiten, die zweiten werden von COHEN und DUMOND[3] als Ergebnis dieser Arbeiten zitiert. Der Wert von LAMBE ist nur als Zitat bekannt, da diese Arbeit nicht veröffentlicht wurde, obwohl die angegebene Genauigkeit die aller vorhergehenden Messungen um mehr als eine Größenordnung übertrifft. Der geringe Fehler läßt sich daher nicht ausnutzen, da keine Einzelheiten der PSR-Probe und der berücksichtigten Korrekturen bekannt sind. Da dieser Wert jedoch der einzige ist, der sich auf Wasser als Probensubstanz bezieht, benutzen wir ihn, um einen

[26] KOENIG, S. H., A. G. PRODELL, and P. KUSCH: Phys. Rev. **88**, 191 (1952).
[27] BERINGER, R., and M. A. HEALD: Phys. Rev. **95**, 1474 (1954).
[28] GEIGER, J. S., V. W. HUGHES, and H. E. RADFORD: Phys. Rev. **105**, 183 (1957).

Zahlenwert für g zu bestimmen. Mit (17) wird

$$\begin{aligned} g &= 2 \cdot 1{,}001\,1598 \pm 0{,}5 \text{ ppm} \\ &= 2\left(1+\frac{\alpha}{2\pi}-(0{,}30\pm 0{,}09)\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2\right). \end{aligned} \tag{21}$$

Zum Vergleich sei noch einmal der theoretische Wert (5) angeführt:

$$g = 2\left(1+\frac{\alpha}{2\pi}-0{,}328\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \pm \cdots\right).$$

Es ist gelungen, die Genauigkeit der EZR-Messung so weit zu steigern, daß sie eine sinnvolle Prüfung des α^2-Termes in (5) ermöglicht. Dieses Ziel trat während der Durchführung unserer Messungen etwas in den Hintergrund, als WILKINSON und CRANE[29] direkt die Differenz $g-2$ mit einem Fehler von ± 30 ppm bestimmt und innerhalb dieser Grenzen den theoretischen Wert bestätigt hatten. Obwohl wir diese Genauigkeit nicht erreichen, halten wir dennoch eine zweite, unabhängige Messung dieser wichtigen Größe für nützlich, wobei die gefundene Übereinstimmung auch als weitere Bestätigung des theoretischen Modells, mit dem die Spinresonanzfrequenz des freien Elektrons aus der gemessenen EPR-Frequenz berechnet wurde, angesehen werden kann.

Herrn Prof. Dr. R. HONERJÄGER fühle ich mich für sein förderndes Interesse am Fortgang der Arbeit und die großzügige Bewilligung von Mitteln zu herzlichem Dank verpflichtet. Herrn Dr. E. UREDAT und allen anderen Herren der Firma Telefunken, die zum Bau der EZR-Röhre beigetragen haben, möchte ich für ihre freundliche Hilfsbereitschaft herzlich danken. Den Mitgliedern des Institutes und der Werkstatt danke ich für die gute Zusammenarbeit und viele anregende Diskussionen, der Deutschen Forschungsgemeinschaft für die Bereitstellung von Geräten.

[29] WILKINSON, D. T., and H. R. CRANE: Phys. Rev. **130**, 852 (1963).

Druck der Universitätsdruckerei H. Stürtz AG., Würzburg

Lebenslauf

Am 16. 1. 1935 wurde ich, Erwin Klein, als Sohn des (1962 verstorbenen) Elektromonteurs Josef Klein und seiner Ehefrau Anna, geb. Domnick in Berlin-Kreuzberg geboren. Nach meiner Einschulung im Herbst 1941 besuchte ich mehrere Volksschulen in Berlin und Schlesien, ab 1948 die Robert-Koch-Schule in Berlin-Kreuzberg, an der ich 1955 die Reifeprüfung ablegte. Im Mai 1955 wurde ich an der Freien Universität Berlin mit der Fachrichtung Physik immatrikuliert. Während meiner Diplomarbeit am II. Physikalischen Institut der FU war ich dort ab April 1959 zunächst ein Semester als studentische Hilfskraft, dann weitere vier Semester als wissenschaftlicher Hilfsassistent im Physikalischen Praktikum für Medizinstudenten tätig. Nach dem im Dezember 1961 bestandenen Diplomexamen wurde ich ab April 1962 für zwei Jahre mit der Wahrnehmung einer Assistentenstelle beauftragt, daran anschließend unter Berufung zum Beamten auf Widerruf zum wissenschaftlichen Assistenten ernannt. Seit 1962 betreue ich Studenten im Physikalischen Praktikum für Fortgeschrittene. Während meines Studiums habe ich bei folgenden Professoren und Dozenten Vorlesungen und Übungen belegt:
I. Broser, W. Broser, Cassirer, Dinghas, Dovifat, Engel, Grotemeyer, Hinderer, Honerjäger, Jahr, Just, Kümmel, Lassen, Lautsch, Ludwig, Meschkowski, Niehrs, Ormanns, Ostmann, Pachale, Päsler, Pösch, Ritter, Sprague, Stein, Stöhr, Überreiter.